MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2015/16
Blatt 8
07.12.2015

Tutorium zur Vorlesung
„Differential– und Integralrechnung I“

29. Man untersuche mit Hilfe des Majoranten– bzw. Minorantenkriteriums die Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\,n^2}{2\,n^4+1} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\,n^3}{2\,n^4-1}$$

sowie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4+1}}$$

auf Konvergenz bzw. Divergenz.

30. Man zeige mit Hilfe des Quotientenkriteriums, daß die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n$$

a) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < \frac{1}{4}$ konvergiert und
b) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| > \frac{1}{4}$ divergiert.

31. Man zeige mit Hilfe des Wurzelkriteriums, daß die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$$

a) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < \frac{1}{e}$ konvergiert und
b) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| > \frac{1}{e}$ divergiert.

32. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2009).* Man beweise jede der folgenden Aussagen, sofern sie allgemeingültig ist, oder widerlege sie durch ein Gegenbeispiel:

a) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent und die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt, so ist auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konvergent.

b) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut konvergent und die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt, so ist auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ absolut konvergent.