

Übungen zur Vorlesung „Differential- und Integralrechnung I“

29. a) (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2001*). Man untersuche die beiden Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{10}} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 1}{n^4 + 1}$$

auf Konvergenz.

- b) (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2002*). Man untersuche die beiden Reihen

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \sqrt{n}} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 44n + 55}}$$

auf Konvergenz.

30. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2006*). Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{2n^3} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n^2 + n}}.$$

31. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013*). Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(1+n)^n} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{(n^2)}}{(1+n)^{(n^2)}}.$$

32. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2013*).

- a) Seien $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen $a_n \geq 0$ und $b_n > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$, und es gelte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0.$$

Man beweise die folgende Aussage: Wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergiert, so

konvergiert auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

- b) Man zeige, daß die Aussage a) nicht mehr gilt, wenn man von der Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ lediglich $b_n \neq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ fordert.