MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2013/14
Blatt 13
03.02.2014

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

49. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2\,x$.

    a) Man zeige, daß f eine bijektive Abbildung ist, und bestimme die Lösungen der beiden Gleichungen $f(x) = 1$ und $f(x) = 1 + \sqrt{e}$.

    b) Man zeige, daß die Umkehrfunktion $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist, und bestimme $\left(f^{-1}\right)'(1)$ und $\left(f^{-1}\right)'(1 + \sqrt{e})$.

50. Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x}, & \text{für } x \neq 0, \\ 0, & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

Man zeige, daß f gerade und stetig differenzierbar ist, und entscheide, ob f in $a = 0$ ein lokales Extremum besitzt.

51. Man bestimme den Wertebereich der Funktion

$$f : [0; 2\pi] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x \cos x.$$

52. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2002).* Für eine reelle Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bezeichne $f^n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ das n–fache Produkt von f mit sich selbst, also

$$f^n(x) = \underbrace{f(x) \cdot f(x) \cdot \ldots \cdot f(x)}_{n\text{–mal}}.$$

Man beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

a) Ist f stetig, so ist auch f^2 stetig.

b) Ist f^2 stetig, so ist auch f stetig.

c) Ist f^3 stetig, so ist auch f stetig.

d) Ist f differenzierbar, so ist auch f^2 differenzierbar.

e) Ist f^2 differenzierbar, so ist auch f differenzierbar.

f) Ist f^3 differenzierbar, so ist auch f differenzierbar.