MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2013/14
Blatt 11
20.01.2014

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

41. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^{x+1}}{e^x + 1}$.

    a) Man zeige, daß f stetig ist und streng monoton wächst.

    b) Man berechne die Grenzwerte von $f(x)$ für $x \to \pm\infty$ und bestimme den Wertebereich W_f von f.

    c) Warum ist f umkehrbar? Man gebe die Umkehrfunktion explizit an.

42. a) Man bestimme die Menge D aller Zahlen $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\,x}$, konvergiert.

    b) Man drücke die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\,x}$, mit Hilfe elementarer Funktionen aus.

43. Gegeben sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \dfrac{x+4}{x-2} - \ln \dfrac{x-3}{x+1} - 2\,\ln 3$.

    a) Man bestimme das maximale Definitionsgebiet D von f.

    b) Man untersuche das Verhalten von f am Rande von D.

    c) Man bestimme alle Nullstellen von f.

44. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1990 und Herbst 2006).* Man beweise, daß für $x > 0$ und $y > 0$ die Ungleichung

$$\frac{\ln x + \ln y}{2} \leq \ln \frac{x+y}{2}$$

gilt.