

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

29. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2010*). Man bestimme alle $a, b \in \mathbb{R}^+$ mit $b \neq 1$, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{1 - b^n}$$

konvergent ist.

30. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2008*). Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^n x^{2n}}{1 + n^2}$$

konvergent ist.

31. Gegeben sei die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$.

- a) Man bestimme die maximale Definitionsmenge D von f .
- b) Man untersuche das Verhalten von f am Rande von D .
- c) Man skizziere den Graphen G_f von f .

32. Man bestimme jeweils die Grenzwerte für $x \rightarrow \pm\infty$

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1 + 2x + 3x^2}{x^2 + x + 1}$, und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{(x^3 + 1)^2}{(x^2 + 1)^3}$.

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$.