MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2013/14
Blatt 6
25.11.2013

Tutorium zur Vorlesung
„Differential– und Integralrechnung I"

21. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2004).* Man bestimme alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, für die die Reihe
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x+3}{(x-3)^n}$$
konvergiert, und berechne hierfür die Summe der Reihe.

22. a) Gegeben seien die Reihen $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ und $\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n$ sowie $\lambda \neq 0$. Man zeige:
    - Ist $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ divergent und $\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergent, so ist $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (a_n \pm b_n)$ divergent.
    - Ist $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ divergent, so ist $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (\lambda \cdot a_n)$ divergent.

    b) Man untersuche die folgenden Reihen
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}\right) \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)^2}{n^6} \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)^2}{n^5}$$
    auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihre Summe.

23. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2004).* Für eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ positiver Zahlen zeige man:
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konvergent} \quad \Longrightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+a_n} \text{ divergent.}$$

24. Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sqrt{n}} \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{2}$$