MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2013/14
Blatt 8
09.12.2013

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

29. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2010).* Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{1+x^{2n}}$$

konvergiert.

30. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1997).* Gegeben ist die Reihe

$$(*) \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \qquad \text{mit} \qquad b_n = \frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Man zeige:

a) Für alle $n \geq 2$ ist $b_n \cdot b_{n+1} < 0$.

b) Es ist $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge.

c) Die Reihe $(*)$ divergiert.

Welche Voraussetzung des Leibnizschen Konvergenzkriteriums ist nicht erfüllt?

31. Gegeben sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{(x-2)^2}{x^2-4}$.

a) Man bestimme die maximale Definitionsmenge D von f.

b) Man untersuche das Verhalten von f am Rande von D.

c) Man skizziere den Graphen G_f von f. Ist f stetig?

32. a) Für die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}},$$

bestimme man die Grenzwerte für $x \to \pm\infty$ und für $x \to 0\pm$.

b) Für die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2-|x|}{x},$$

bestimme man die Grenzwerte für $x \to \pm\infty$ und für $x \to 0\pm$.

Abgabe bis Montag, den 16. Dezember 2013, 10^{15} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).

Die erfolgreiche Teilnahme am schriftlichen Übungsbetrieb zu einer Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“ aus früheren Semestern wird angerechnet; so ist für diese Studierenden die Abgabe nicht verpflichtend.