MATHEMATIK FÜR PHYSIKER II
SOMMERSEMESTER 2015

4. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1: *Matrixmultiplikation*
Berechnen Sie die folgenden Produkte von Matrizen, sofern sie erlaubt sind.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ b) $(5) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: *Lineare Abbildungen, Dimensionsformel*
Existieren folgende lineare Abbildungen? Begründen Sie.

a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, mit f konstant auf $U = \left\{ \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$ und f surjektiv.
b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}^2$, beides als $\mathbb{R}$-Vektorräume verstanden, wobei für eine Basis A des $\mathbb{R}^2$ $g(A)$ eine Basis in $\mathbb{C}^2$ bildet.

Aufgabe 3: *Darstellende Matrix*
Wir betrachten eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$.

a) Seien $U = \left\{ u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $R = \left\{ r_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, r_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, r_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $R \subseteq \mathbb{R}^3$ Basen. Wir spezifizieren f durch die Wirkung auf U: $f(u_1) = 9r_1 + 9r_2 + 9r_3$, $f(u_2) = 27r_1 - 9r_2 - 9r_3$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix $M_R^U(f)$ von f bezüglich der Basen U, R.
b) Berechnen Sie die darstellende Matrix $M_B^A(f)$ von f bezüglich der Standardbasen A in $\mathbb{R}^2$ und B in $\mathbb{R}^3$.
c) Seien weiter $V = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $S = \left\{ s_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, s_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, s_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$, $S \subseteq \mathbb{R}^3$ zwei weitere Basen.
Berechnen Sie auch hier die darstellende Matrix $M_S^V(f)$ von f bezüglich der Basen V, S.