

Übungen zur Numerischen Mathematik II

Abgabetermin: Dienstag, 7. November 2006, vor der jeweiligen Übungsstunde

Aufgabe 1.1:

- (a) Zeigen Sie die Konsistenz des rückwärtsgenommenen Polygonzugverfahrens für $f \in Lip$.
 (b) Zeigen die Konsistenzordnung $p = 1$ für $f \in C^1$.

Aufgabe 1.2:

Sei $(A_h : h \in \mathcal{H})$ ein explizites Einschrittverfahren der Konvergenzordnung p . Die Durchführung von A_h auf $I_h = \{t_0, \dots, t_N\}$,

$$x_h(t_0) := x_0 ; \quad x_h(t_{j+1}) = x_h(t_j) + h_j f_h(t_j, x_h(t_j)) ;$$

in Gleitpunktarithmetik liefere

$$\tilde{x}_h(t_0) := x_0 ; \quad \tilde{x}_h(t_{j+1}) = \tilde{x}_h(t_j) + h_j f_h(t_j, \tilde{x}_h(t_j)) + \varepsilon_j ; \quad j = 0, \dots, N-1 ;$$

mit $\|\varepsilon_j\| \leq eps$, $0 \leq j \leq N-1$. Man bestimme eine obere Schranke für $\|\tilde{x}_h - x\|_{\infty, I_h}$ unter der Voraussetzung $(f_h \in Lip(L) : h \in \mathcal{H})$ und $\frac{\max_j h_j}{\min_j h_j} \leq c$, $h \in \mathcal{H}$. Dabei ist x die Lösung von (A). Für welches $h > 0$ wird diese obere Schranke minimal?

Aufgabe 1.3:

Bestimmen Sie mit MATLAB die Polygonzugnäherungen für die Anfangswertaufgabe (1.4)

$$x' = x^2 \quad , \quad x(-1) = \frac{1}{\alpha + 1} \quad , \quad I = [-1, 1] .$$

für (a) $\alpha = 0.99$ und (b) $\alpha = 9$.

Verwenden Sie äquidistante Gitter der Feinheit $h = 0.1, 0.02, 0.004, 0.001$.

Sprechstunde: Donnerstag, 14.15 Uhr - 15.15 Uhr, Zimmer 332, Block B.