MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 6
30.11.2018

# Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. Untersuchen Sie die Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -1 & \alpha \\ -1 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

auf Invertierbarkeit und bestimmen Sie gegebenfalls die dazu inverse Matrix

a) mit Hilfe elementarer Zeilenumformungen,

b) mit Hilfe der Determinante und der komplementären Matrix.

2. Für $t \in \mathbb{R}$ seien $A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 & 0 \\ -t & 1 & 0 & 0 \\ 0 & t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & t & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ und $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1+t^2 \\ 0 \\ 1-t^2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ gegeben.

a) Zeigen Sie, daß $A$ für alle $t \in \mathbb{R}$ invertierbar ist.

b) Bestimmen Sie die komplementäre Matrix $\widetilde{A}$ von $A$.

c) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A \cdot x = b$ sowohl mittels der inversen Matrix $A^{-1}$ als auch mit Hilfe der Cramerschen Regel.

3. *(Frühjahr 2015, Thema 2, Aufgabe 4)*

Gegeben sei die reelle $3 \times 3$–Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3};$$

ferner werde die Nullmatrix des $\mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $O$ bezeichnet.

a) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}^3$ mit $Ax = 0$ ( = Nullvektor im $\mathbb{R}^3$) und finden Sie alle Matrizen $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $AB = O$.

b) Geben Sie eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{3\times 3} \setminus \{O\}$ mit $AB = O$ (wie in Teil a)) an, so daß *zusätzlich* auch $BA = O$ gilt.

4. *In dieser Aufgabe soll die Rechenregel 4.3 c) aus der Vorlesung bewiesen werden.*

Es sei $V$ ein $\mathbb{R}$-Vektorraum sowie $v \in V$ und $\lambda \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie

$$\lambda \cdot v = 0_V \quad \Longleftrightarrow \quad \lambda = 0 \quad \vee \quad v = 0_V.$$

Dabei bezeichne $0_V$ den Nullvektor in $V$.

**Abgabe** bis 30.11.2018, 16:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).