MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 3
9.11.2018

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. Zeigen Sie, daß es unendlich viele Matrizen $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ gibt mit
$$A^2 = O \quad \text{(Nullmatrix!)}.$$
Hinweis: Betrachten Sie z.B. Matrizen der Form $A = \begin{pmatrix} 0 & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$.

2. a) Für eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ gelte $(A - E_n) \cdot (A + 4E_n) = O$ (Nullmatrix). Zeigen Sie, daß A invertierbar ist.
   b) Geben Sie drei verschiedene Matrizen $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ an mit $(A - E_n) \cdot (A + 4E_n) = O$.

3. Wir zeigen in dieser Aufgabe den Satz 2.18 der Vorlesung: Es sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.
   a) Berechnen Sie für die Matrix $C := \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ die Produkte $A \cdot C$ und $C \cdot A$.
   b) Zeigen Sie: Ist $\det A := ad - bc \neq 0$, so ist A invertierbar mit $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot C$.
   c) Zeigen Sie (unter Verwendung von a)): Ist A invertierbar, so ist $\det A \neq 0$.

4. Formen Sie die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$$
durch elementare Zeilenumformungen zur Einheitsmatrix E_4 um, und schreiben Sie damit A als Produkt von Elementarmatrizen.

Abgabe bis 16.11.2018, 16:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).