

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. (Herbst 2010, Thema 1, Aufgabe 1)

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrrrrcl} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & & & = & 1 \\ & & & & x_2 & + & 2x_3 & - & 3x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 3 \\ x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \end{array}$$

2. (Herbst 2008, Thema 3, Aufgabe 1)

Für welche Wahl von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrrrrcl} 2x_1 & + & x_2 & & & & & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 0 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & & & x_3 & + & \alpha x_4 & = & \beta \end{array}$$

- a) genau eine Lösung,
- b) keine Lösung,
- c) mehrere Lösungen?

Geben Sie im Fall c) alle Lösungen an.

3. (Frühjahr 2005, Thema 3, Aufgabe 1)

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrrcl} x_1 & + & x_2 & + & s x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & s x_2 & + & x_3 & = & -1 \\ s x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & -1 \end{array}$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von dem reellen Parameter $s \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge.

4. (Herbst 2003, Thema 3, Aufgabe 1)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad \text{sowie} \quad b_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

- a) Bestimmen Sie einen Vektor $b \in \mathbb{R}^4$ derart, daß das durch $(A \mid b)$ gegebene lineare Gleichungssystem keine Lösung besitzt.
- b) Gibt es einen Vektor $b \in \mathbb{R}^4$ derart, daß das lineare Gleichungssystem aus a) genau eine Lösung besitzt? (Begründung!)
- c) Lösen Sie das durch $(A \mid b_0)$ gegebene lineare Gleichungssystem.