

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. a) In $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ seien $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ und $A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ gegeben. Man untersuche, ob $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ Linearkombinationen von A_1 , A_2 , A_3 sind, und gebe gegebenenfalls eine solche an.
- b) In $\text{Pol}(\mathbb{R})$ seien $p_1(x) = x + 1$, $p_2(x) = x^2 + x$ und $p_3(x) = x^3 + x^2$ gegeben. Man untersuche, ob $q_1(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ und $q_2(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ Linearkombinationen von $p_1(x)$, $p_2(x)$, $p_3(x)$ sind, und gebe gegebenenfalls eine solche an.

2. Im reellen Vektorraum \mathbb{R}^4 seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{sowie} \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man bestimme alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^4$, die Linearkombination von v_1 , v_2 , v_3 sind, und gebe für u und w gegebenenfalls eine solche an.

3. Gegeben seien die beiden Unterräume

$$U = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad W = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

des \mathbb{R}^3 . Man bestimme einen Vektor $v \in \mathbb{R}^3$ mit $U \cap W = \mathbb{R} \cdot v$.

4. Man zeige, daß die beiden Unterräume

$$U = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{und} \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

des reellen Vektorraums \mathbb{R}^3 übereinstimmen.