MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 3
5.11.2018

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. Der Graph einer Polynomfunktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ zweiten Grades enthält die Punkte

$$P_1 = (1,1), \qquad P_2 = (2,0) \quad \text{und} \quad P_3 = (-3,-7).$$

Geben Sie die Funktionsvorschrift von f an.

2. Bringen Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 4}$$

mit vier elementaren Zeilenumformungen auf die reduzierte Zeilenstufenform

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 4}$$

und geben Sie eine Matrix $F \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ an mit $A' = F \cdot A$.

Hinweis: Verwenden Sie 2.15a), also $F = F_4 \cdot F_3 \cdot F_2 \cdot F_1$.

3. Es seien $\alpha \in \mathbb{R}$ und

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & 1 \\ 3\alpha & 7 & 3\alpha \\ 0 & -3 & 2\alpha \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \alpha & -5\alpha & \alpha \\ \alpha & 2\alpha & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie (in Abhängigkeit von α) alle $x \in \mathbb{R}^3$, welche die Gleichung

$$A_\alpha \cdot x = B_\alpha \cdot x$$

erfüllen.

Hinweis: Wandeln Sie die Gleichung in ein homogenes LGS um und bestimmen Sie dessen Lösungsmenge in Abhängigkeit von α.

4. Zeigen Sie, daß es unendlich viele Matrizen $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ gibt mit

$$A^2 = E_2.$$

Hinweis: Betrachten Sie z.B. Matrizen der Form $A = \begin{pmatrix} 0 & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$.

Für die Tutorien vom 5.11. bis 9.11.18