MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 2
29.10.2018

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem (G_t) in den Variablen x, y und z:

$$\begin{aligned} -x + 3z &= 3 \\ -2x - ty + z &= 2 \\ x + 2y + tz &= 1, \end{aligned}$$

wobei $t \in \mathbb{R}$ eine feste reelle Zahl ist.

a) Für welche $t \in \mathbb{R}$ ist (G_t) eindeutig lösbar?

b) Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat (G_t) keine Lösung?

c) Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat (G_t) mehrere Lösungen?

d) Geben Sie in den Fällen der Lösbarkeit die Lösungsmenge von (G_t) an.

2. Sei $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L \subset \mathbb{R}^n$ des folgenden Systems von n linearen Gleichungen:

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{j=1}^{k} x_j - \sum_{j=k+1}^{n} x_j = 1, \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad \text{(gibt } n-1 \text{ Gleichungen)} \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_j = 1. \end{cases}$$

(Schreiben Sie die zugehörige erweiterte Koeffizientenmatrix $(A \mid b)$ an (dies richtig hinzubekommen, ist die Hauptschwierigkeit der Aufgabe), und verwenden Sie geeignete EZUs.)

3. Berechnen Sie für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

alle Produkte mit je zwei Faktoren, sofern sie definiert sind.

4. Berechnen Sie für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 19 & 18 & -15 \\ 6 & 7 & -5 \\ 30 & 30 & -24 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 5 \\ -5 & 1 & 7 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

alle Potenzen, d.h. die Matrizen A^r, B^r, C^r für alle $r \geq 1$.

(Anleitung: Man starte mit kleinen Werten von r und rechne so lange, bis sich ein Muster abzeichnet. Formal läßt sich ein solches Muster dann beispielsweise mit vollständiger Induktion beweisen.)

Für die Tutorien vom 29.10. bis 2.11.18