MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 7
5.12.2018

Übung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I (Unterrichtsfach)“

1. Untersuchen Sie mit Hilfe des Majoranten– bzw. Minorantenkriteriums das Konvergenzverhalten der Reihen die Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\,n^3}{2\,n^4 - 1} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4+1}}.$$

2. Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \, \frac{n}{(n+1)\,(n+2)}$$

sowohl auf Konvergenz als auch auf absolute Konvergenz.

3. Gegeben sei die rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$a_1 = 4, \qquad a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}, \quad n \geq 1.$$

   a) Zeigen Sie, daß $a_n \in [3, 4]$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
   b) Zeigen Sie, daß $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $a = 3$ konvergiert.
   c) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für welche die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^n}{\sqrt{n}}\, x^n$$

   absolut konvergiert.

4. Für welche $x \in \mathbb{R}$ liefert das Quotientenkriterium ...
   i) die absolute Konvergenz
   ii) die Divergenz

   der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n \ ?$$

   Für welche $x \in \mathbb{R}$ macht das Quotientenkriterium keine Aussage?

Abgabe bis 12.12.2018, 12:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).