

Übung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I (Unterrichtsfach)“

1. Es sei $a \in]0, \infty[$ sowie $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(-a) = f(a)$.

a) Zeigen Sie, daß es ein $\xi \in [0, a]$ mit $f(\xi) = f(\xi - a)$ gibt.

b) Geben Sie für die Funktion

$$f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - a^2)(x + 2a),$$

ein solches ξ explizit an.

2. Geben Sie eine umkehrbare Funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ an, so daß die Umkehrfunktion f^{-1} **nicht** stetig ist.

3. Gegeben seien zwei stetige Funktionen $f, g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft

$$\sup \{f(x) : -1 \leq x \leq 1\} = \sup \{g(x) : -1 \leq x \leq 1\}.$$

Zeigen Sie, daß es ein $x_0 \in [-1, 1]$ gibt mit

$$f(x_0) = g(x_0).$$

4. Sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $W_f \subset [0, 1]$. Zeigen Sie, daß es ein $\xi \in [0, 1]$ gibt mit

$$f(\xi) = \xi$$

(ξ heißt dann *Fixpunkt von f*).

Abgabe bis 16.1.2019, 12:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).