MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 7
3.12.2018

# Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I (Unterrichtsfach)“

1. Student Rainer Wahnsinn möchte zu Satz 2.7 analoge Rechenregeln für **divergente** Reihen aufstellen und fomuliert im Übereifer so:

$$\sum_k a_k \text{ divergent} \quad \wedge \quad \sum_k b_k \text{ divergent} \implies \sum_k (a_k + b_k) \text{ divergent} \tag{1}$$

$$\sum_k a_k \text{ divergent} \quad \wedge \quad \lambda \in \mathbb{R} \implies \sum_k (\lambda a_k) \text{ divergent} \tag{2}$$

   a) Zeigen Sie anhand von Gegenbeispielen, daß sowohl (1) wie auch (2) i.a. falsch sind!

   b) Formulieren Sie korrekte Regeln, indem Sie in den folgenden Zeilen an den mit ... gekennzeichneten Stellen korrekt ergänzen

$$\sum_k a_k \text{ divergent} \quad \wedge \quad \sum_k b_k \quad ... \implies \sum_k (a_k + b_k) \text{ divergent}$$

$$\sum_k a_k \text{ divergent} \quad \wedge \quad \lambda \in ... \implies \sum_k (\lambda a_k) \text{ divergent}$$

   und beweisen Sie diese Aussagen.

   c) Untersuchen Sie die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k^2}\right)$ auf Konvergenz.

2. Bestimmen Sie mit Hilfe des Majoranten- Minoranten- oder Leibnizkriteriums das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen:

   a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$ b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+3}{2n^5-n^2+1}$ c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{2^n+3^n}$ d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}$

3. Untersuchen Sie mit Hilfe des Wurzel- oder Quotientenkriteriums, für jeweils welche $x \in \mathbb{R}$ die folgenden Reihen konvergieren:

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n \cdot 8^n}$ b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!} x^n$

4. Sei $p_n$ die $n$-te Primzahl (der Größe nach geordnet, also $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5$ usw.). Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{p_n}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n^2}$ c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(p_{n+1}-p_n)^n}$.

**Für die Tutorien am 3. und 4.12.18**