MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 6
26.11.2018

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I (Unterrichtsfach)“

1. Student Rainer Wahnsinn argumentiert bei der Konvergenzuntersuchung zur Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \Big(\frac{k}{k+1}\Big)^k$$

so:
Die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \big(\frac{k}{k+1}\big)^k$ *ist eine geometrische Reihe mit* $x = \frac{k}{k+1}$, *also wegen* $|x| < 1$ *konvergent mit Reihenwert* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \big(\frac{k}{k+1}\big)^k = \frac{1}{1-\frac{k}{k+1}}$.

Welchen schlimmen Fehler hat er gemacht (ca. 20% der Studierenden machen ihn leider auch)?
Untersuchen Sie (auf korrekte Weise), ob die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \big(\frac{k}{k+1}\big)^k$ tatsächlich konvergent ist.

2. Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die die folgenden Reihen konvergieren und berechnen Sie dafür den Reihenwert:

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} x \cdot \Big(-\frac{2}{7}\Big)^k$ b) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} 2^k \frac{x^{2k}}{(1+x^2)^k}$ c) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{x-2.5}{(x-3)^k}$ $(x \neq 3)$.

3. a) Bestimmen Sie für die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)}$$

die n-te Partialsumme s_n und zeigen Sie damit, daß die Reihe konvergiert mit Reihenwert $\frac{3}{4}$.

b) Sei $x > 0$. Zeigen Sie mit Hilfe des Minorantenkriteriums, daß die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{x+k}$ divergiert.

4. Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Folgen mit $b_n \neq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und so, daß die Folge $\big(\frac{a_n}{b_n}\big)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.

a) Zeigen Sie:
$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ absolut konvergent} \quad\Longrightarrow\quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ absolut konvergent}$$

b) Gilt auch
$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ konvergent} \quad\Longrightarrow\quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konvergent ?}$$

Für die Tutorien am 26. und 27.11.18