

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I (Unterrichtsfach)“

1. a) Student Rainer Wahnsinn berechnet auf seinem Taschenrechner

$$\arcsin\left(\sin \frac{5\pi}{6}\right)$$

und erhält als Ergebnis 0.523598776... Dies irritiert ihn, da er aufgrund der ihm aus der Vorlesung bekannten Beziehung

$$\arcsin(\sin x) = x$$

als Ergebnis eigentlich wieder $\frac{5\pi}{6} = 2.617993878\dots$ erwartet hätte.

Können Sie ihm erklären, wo sein Denkfehler liegt und warum das Ergebnis des Taschenrechners völlig in Übereinstimmung mit der Theorie der Vorlesung ist?

- b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}.$$

2. Zeigen Sie unter Verwendung der Additionstheoreme des Sinus und des Cosinus das Additionstheorem des Tangens

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

mit $x, y \in \mathbb{R}$ so, dass x, y und $x + y \notin \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

3. (Frühjahr 2007, Thema 3, Aufgabe 2)

Beweisen Sie, daß die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \exp(x^3) + \arctan(x) + x^2 - 2,$$

mindestens zwei Nullstellen besitzt.

4. (Herbst 2013, Thema 1, Aufgabe 3)

Sei $a, b \in]0, 1[$. Zeigen Sie, daß die Gleichung

$$a^x + b^x = 1$$

genau eine Lösung im Intervall $]0, \infty[$ hat.