

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I (Unterrichtsfach)“

1. a) Student Rainer Wahnsinn glaubt, dass für den Logarithmus folgende Rechenregeln gültig sind:

$$\ln(a + b) = \ln a + \ln b \quad \text{für } a, b > 0$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b \quad \text{für } a, b > 0$$

$$\ln(a^b) = b \cdot \ln a \quad \text{für } a > 0, b \in \mathbb{R}$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b} \quad \text{für } a, b > 0, b \neq 1.$$

Es sind jedoch nur **zwei** dieser Aussagen richtig (welche?). Widerlegen Sie die anderen beiden Aussagen durch jeweils ein Gegenbeispiel!

- b) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n+a)}{\ln(n)} \quad \text{für } a > 0 \quad \text{ii) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln(n).$$

2. Gibt es ein  $a \in \mathbb{R}$ , so daß die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \exp\left(\frac{1}{x}\right) & \text{für } x \neq 0 \\ a & \text{für } x = 0 \end{cases},$$

stetig ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Die Funktionen *Sinus Hyperbolicus* und *Cosinus Hyperbolicus* sind folgendermaßen definiert:

$$\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

- a) Schreiben Sie  $\sinh(x)$  und  $\cosh(x)$  als Reihe.  
b) Zeigen Sie, daß für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt

$$\sinh(-x) = -\sinh(x) \quad \text{und} \quad \cosh(-x) = \cosh(x).$$

- c) Bestimmen Sie das Verhalten von  $\sinh(x)$  und  $\cosh(x)$  für  $x \rightarrow \pm\infty$  und ermitteln Sie den Wertebereich von  $\sinh$  und  $\cosh$ .

4. Geben Sie die Definitionsmenge  $D$  und Lösungsmenge  $L$  folgender Gleichungen an:

a)  $\log_3(5x + 1) = 2$

b)  $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 1.$

c)  $3^x \cdot 2^x = 7^{x-1}$

d)  $10^x = -100$