LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT

Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 19/20
16.12.2019

# Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

Blatt 9

**Aufgabe 1.** **(i)** Sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x^3$, für alle $x \in \mathbb{R}$. Mithilfe der Definition 2.4.1. zeigen Sie, dass

$$f'(x_0) = 3x_0^2,$$

für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gilt.

**[2 Punkte]**

**(ii)** Sei die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $g(x) = x^4$, für alle $x \in \mathbb{R}$. Mithilfe der Definition 2.4.1. zeigen Sie, dass

$$g'(x_0) = 4x_0^3,$$

für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gilt.

**[2 Punkte]**

**Aufgabe 2.** Sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ und sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = x^n,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Mithilfe der Definition 2.4.1. zeigen Sie, dass

$$f'(x_0) = nx_0^{n-1},$$

für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gilt.

**[4 Punkte]**

[**Hinweis**: Verwenden Sie die Gleichung

$$(x_0 + h)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x_0^k \cdot h^{n-k}.]$$

**Aufgabe 3.** Angenommen
$$\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x} = 1.$$
Mithilfe der Definition 2.4.1. zeigen Sie, dass
$$\exp{}'(x_0) = \exp(x_0),$$
für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gilt.

**[4 Punkte]**

**Aufgabe 4. (i)** Sei $n \in \mathbb{N}$ und sei die Funktion $f_n : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, wobei $R^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$, definiert durch
$$f_n(x) = \frac{1}{x^n},$$
für alle $x \in \mathbb{R}^*$. Mithilfe des Satzes 2.4.2. zeigen Sie, dass
$$f_n{}'(x_0) = -n\left(\frac{1}{x_0^{n+1}}\right),$$
für alle $x_0 \in \mathbb{R}^*$ gilt.

**[2 Punkte]**

**(ii)** Sei die Funktion $\tan : D_{\tan} \to \mathbb{R}$, wobei
$$D_{\tan} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\},$$
definiert durch
$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)},$$
für alle $x \in D_{\tan}$. Mithilfe des Satzes 2.4.2. zeigen Sie, dass
$$\tan{}'(x_0) = \frac{1}{\cos(x_0)^2},$$
für alle $x_0 \in D_{\tan}$ gilt.

**[2 Punkte]**

[**Hinweis**. Verwenden Sie die Gleichung $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$.]

**Abgabe.** Montag 13. Januar 2020, in der Übung.

**Besprechung.** Montag 13. Januar 2020, in der Übung.