



Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 19/20
02.12.2019

Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

Blatt 7

Aufgabe 1. (i) Sei die Funktion $h_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$h_1(x) = x^2 + 1,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Graphen von h_1 .

[1 Punkt]

(ii) Sei die Funktion $h_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$h_2(x) = -x^2,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Graphen von h_2 .

[1 Punkt]

(iii) Sei die Funktion $h_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$h_3(x) = (x - 1)^2,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Graphen von h_3 .

[2 Punkte]

Aufgabe 2. Seien die Polynofunktionen $p, q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$p(x) = 2 + 3x + 4x^2,$$

$$q(x) = 3 + x,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$.

(i) Definieren Sie die Komposition $p \circ q$ von q und p .

[1 Punkt]

(ii) Definieren Sie die Komposition $q \circ p$ von p und q .

[1 Punkt]

(iii) Bestimmen Sie den Definitionsbereich der rationalen Funktion $R_{pq}(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, und berechnen Sie den Wert $R_{pq}(-1)$.

[2 Punkte]

Aufgabe 3. Die *ceiling-Funktion* $\lceil \cdot \rceil : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist definiert durch $x \mapsto \lceil x \rceil$, für alle $x \in \mathbb{R}$, wobei $\lceil x \rceil$ die eindeutig bestimmte ganze Zahl ist mit

$$\lceil x \rceil - 1 < x \leq \lceil x \rceil.$$

(i) Zeichnen Sie den Graphen von $\lceil \cdot \rceil$.

[2 Punkte]

(ii) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \lceil x \rceil \quad \& \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \lceil x \rceil.$$

[2 Punkte]

Aufgabe 4. Sei die Dirichlet-Funktion $\text{Dir} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$\text{Dir}(x) := \begin{cases} 1 & , x \in \mathbb{Q} \\ 0 & , x \in \mathbb{I}, \end{cases}$$

(i) Finden Sie eine Folge $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}}$ reeller Zahlen, sodass gilt:

- (a) $\alpha_n > 0$, für alle $n \in \mathbb{N}$, und
- (b) $\alpha_n \in \mathbb{Q}$, für alle $n \in \mathbb{N}$, und
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$.

[1 Punkt]

(ii) Finden Sie eine Folge $(\beta_n)_{n \in \mathbb{N}}$ reeller Zahlen, sodass gilt:

- (c) $\beta_n > 0$, für alle $n \in \mathbb{N}$, und
- (d) $\beta_n \in \mathbb{I}$, für alle $n \in \mathbb{N}$, und
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = 0$.

[1 Punkt]

(iii) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Dir}(\alpha_n) \quad \& \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \text{Dir}(\beta_n).$$

[1 Punkt]

(iv) Man zeige oder widerlege:

“Der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0^+} \text{Dir}(x)$ existiert nicht”.

[1 Punkt]

Abgabe. Montag 09. Dezember 2019, in der Übung.

Besprechung. Montag 09. Dezember 2019, in der Übung.