LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 19/20
25.11.2019

Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

Blatt 6

Aufgabe 1. **(i)** Man berechne die Summe der Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}.$$

[1 Punkt]

(ii) Seien $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$. Man zeige

$$(1-x)\Big(\sum_{k=0}^{n} x^k\Big) = 1 - x^{n+1}.$$

[1,5 Punkte]

(iii) Man berechne die Summe der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \Big(-\frac{1}{2}\Big)^n.$$

[1,5 Punkte]

Aufgabe 2. Sei $k \geq 2$.

(i) Man zeige: Für alle $n \geq 1$ gilt

$$\frac{1}{n^k} \leq \frac{1}{n^2} \leq \frac{2}{n(n+1)}.$$

[2 Punkte]

(ii) Mithilfe des Majoranten-Kriteriums zeigen Sie folgendes

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k} \in \mathbb{R}.$$

[2 Punkte]

Aufgabe 3. Man berechne die Summe der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}.$$

[4 points]
[**Hinweis**: Verwenden Sie die Gleichung

$$\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}.]$$

Aufgabe 4. Seien $x, y \in \mathbb{R}$, und sei $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen definiert durch

$$\alpha_n := \begin{cases} x & , n = 0 \\ y & , n = 1 \\ \frac{\alpha_{n-1}+\alpha_{n-2}}{2} & , n \geq 2, \end{cases}$$

Man zeige:
(i) Wenn $k \geq 1$, dann gilt

$$\alpha_{k+1} - \alpha_k = \Big(-\frac{1}{2}\Big)(\alpha_k - \alpha_{k-1}).$$

[1 Punkt]
(ii) Für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$\alpha_{k+1} - \alpha_k = \Big(-\frac{1}{2}\Big)^k (y - x).$$

[1 Punkt]
(iii) Wenn $n \geq 1$, dann gilt

$$\alpha_n = x + (y - x) \sum_{k=0}^{n-1} \Big(-\frac{1}{2}\Big)^k.$$

[1 Punkt]
(iv) $\lim_{n\longrightarrow\infty} \alpha_n = \frac{1}{3}(x + 2y)$.
[1 Punkt]

Abgabe. Montag 02. December 2019, in der Übung.

Besprechung. Montag 02. December 2019, in der Übung.