



# Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

## Blatt 5

**Aufgabe 1.** Seien die Folgen

$$\alpha_n = \frac{3n^4 - 2019n^2}{-n^4 - 2019}, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\beta_n = \frac{3n^4 - 2019n^2}{-n^5 - 2019}, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\gamma_n = \frac{3n^4 - 2019n^2}{n^3 - 2019}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Zeigen Sie das folgende:

(i)  $\alpha_n \xrightarrow{n} -3$ .

[1 Punkt]

(ii)  $\beta_n \xrightarrow{n} 0$ .

[1 Punkt]

(iii) Die Folge  $\gamma$  ist divergent.

[2 Punkte]

**Aufgabe 2.** (i) Finden Sie Folgen reeller Zahlen  $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(\delta_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $x, y \in \mathbb{R}$ , sodass gilt

$$\gamma_n < \delta_n, \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N} \quad \& \quad \gamma_n \xrightarrow{n} x \quad \& \quad \delta_n \xrightarrow{n} y \quad \& \quad x = y.$$

[1 Punkt]

(ii) Sei  $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge reeller Zahlen, und sei  $x \in \mathbb{R}$ , sodass gilt  $\alpha_n \xrightarrow{n} x$ . Wenn

$$2019 \leq \alpha_n \leq 2020,$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$ , zeigen Sie, dass

$$2019 \leq x \leq 2020$$

gilt.

[3 Punkte]

**Aufgabe 3.** Sei die Folge  $(\text{Fib}_n)_{n \in \mathbb{N}}$  der Fibonacci-Zahlen. Man zeige:

(i) Für alle  $n \geq 1$  gilt

$$\text{Fib}_{n+1} \cdot \text{Fib}_{n-1} - \text{Fib}_n^2 = (-1)^n.$$

[2 Punkte]

(ii)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Fib}_{n+1} \cdot \text{Fib}_{n-1}}{\text{Fib}_n^2} = 1.$$

[2 Punkte]

**Aufgabe 4.** Man zeige oder widelege:

(i) Wenn  $q \in \mathbb{Q}$ , dann gilt  $\sqrt{2} + q \in \mathbb{Q}$ .

[0,5 Punkt]

(ii) Wenn  $q \in \mathbb{Q}$ , dann gilt  $q \cdot \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ .

[0,5 Punkt]

(iii)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \in \mathbb{Q}$ .

[1 Punkt]

(iv) Für alle  $a, b \in \mathbb{I}$  gilt  $a + b \in \mathbb{I}$ .

[1 Punkt]

(iv) Für alle  $a, b \in \mathbb{I}$  gilt  $a \cdot b \in \mathbb{I}$ .

[1 Punkt]

**Abgabe.** Montag 25. November 2019, in der Übung.

**Besprechung.** Montag 25. November 2019, in der Übung.