Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 19/20
11.11.2019

Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

Blatt 4

Aufgabe 1. Sei $a \in \mathbb{R}$. Mithilfe des Axiomes (Arch) zeigen Sie das folgende:
(i) Wenn $a > 1$, dann gilt

$$\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{n \in \mathbb{N}} \big(a^n > x \big).$$

[**Hinweis**: Wenn $x > 1$, schreiben Sie $a^n = [1 + (a-1)]^n$ und verwenden Sie die Bernoullische-Ungleichung

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} \big((1+b)^n \geq 1 + nb \big),$$

für alle $b \geq -1$.]
[2 Punkte]
(ii) Wenn $0 < a < 1$, dann gilt

$$\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{n \in \mathbb{N}} \big(a^n < \varepsilon \big).$$

[**Hinweis**: Es gilt $\frac{1}{a} > 1$. Verwenden Sie (i).]
[2 Punkte]

Aufgabe 2. Sei $\gamma : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$\gamma_n = (-1)^n,$$

für alle $n \in \mathbb{N}$.
(i) Man zeige: Für alle $n \in \mathbb{N}^+$ es gilt

$$|\gamma_{n+1} - \gamma_n| = |(-1)^{n+1} - (-1)^n| = 2.$$

[2 Punkte]
(ii) Angenommen, die Folge $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert gegen eine reelle Zahl x. Dann gibt es nach Definition zu $\varepsilon = 1$ ein $N_1 \in \mathbb{N}$ mit

$$|\gamma_n - x| = |(-1)^n - x| < 1.$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie mithilfe der Dreiecks-Ungleichung dass sich daraus der Wiederspruch $2 < 2$ ergibt, d.h. die Folge $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$ kann nicht gegen x konvergieren.
[2 Punkte]

Aufgabe 3. Sei $\zeta : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$\zeta_n = \frac{n}{2^n},$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Angenommen

$$n^2 \leq 2^n,$$

für alle $n \geq 4$. Man zeige:

$$\zeta_n \xrightarrow{n} 0.$$

[4 Punkte]

Aufgabe 4. Sei die Folge $(\mathtt{Fib}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ der Fibonacci-Zahlen. Man zeige:
(i) $\forall_{n\in\mathbb{N}}\big(\mathtt{Fib}_{n+1} \geq n\big)$.
[2 Punkt]
(ii) Die Folge $(\mathtt{Fib}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergiert.
[2 Punkte]

Abgabe. Montag 18. November 2019, in der Übung.

Besprechung. Montag 18. November 2019, in der Übung.