Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 19/20
28.10.2019

Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

Blatt 2

Aufgabe 1. Zeigen Sie die folgende Allaussage

$$\forall_{n\in\mathbb{N}^+}\Big(1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2\Big)$$

mithilfe des Induktionsprinzips IND^+.
[4 Punkte]

Aufgabe 2. Zeigen Sie die folgende Allaussage

$$\forall_{n\in\mathbb{N}^+}\left(1^3+2^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2\right)$$

mithilfe des Induktionsprinzips IND^+.
[4 Punkte]

Aufgabe 3. Sei $f:\mathbb{N}^+\to\mathbb{N}^+$ mit $a=f(1)$. Angenommen

$$f(nm)=f(n)+f(m),$$

für alle $n,m\in\mathbb{N}^+$. Man zeige:

$$\forall_{n\in\mathbb{N}^+}\big(f(a^n)=nf(a)\big).$$

[4 Punkte]

Aufgabe 4. Sei $n \in \mathbb{N}$. Wir definieren die Fakultät von n wie folgt:

$$0! = 1,$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n, \qquad n > 0.$$

Seien $n, k \in \mathbb{N}$, sodass gilt $k \leq n$. Wir definieren den Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Zeigen Sie das folgende:

(i)

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \& \quad \binom{n}{n} = 1.$$

[0,5 Punkt]

(ii)

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

[0,5 Punkt]

(iii) Wenn $k > 0$, dann gilt

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}.$$

[1 Punkt]

(iii) Seien $a, b \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie die folgende Allaussage

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} \left((a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \right)$$

mithilfe des Induktionsprinzips IND.

[2 Punkte]

Abgabe. Montag 04. November 2019, in der Übung.

Besprechung. Montag 04. November 2019, in der Übung.