Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 19/20
22.01.2020

Mathematische und Statistische Methoden für Pharmazeuten

Blatt 13
Probeklausur

Aufgabe 1. Man beweise: Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

[6 Punkte]

Aufgabe 2. **(i)** Sei die Folge

$$\alpha_n = \frac{2020n^5 + 2019n^3 + 2018}{n^5 + 2019n^2 + 2020}, \qquad n \in \mathbb{N}.$$

Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{n \longrightarrow \infty} \alpha_n.$$

[3 Punkte]

(ii) Man berechne die Summe der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{3^n}.$$

[3 Punkte]

Aufgabe 3. **(i)** Sei die Funktion $h_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$h_1(x) = x^2 - 2,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Graphen von h_1 und bestimmen Sie die Nullstellen von h_1.
[3 Punkte]
(ii) Sei die Funktion $h_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$h_2(x) = 2 - x^2,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Graphen von h_2.
[1 Punkt]
(iii) Sei die Funktion $h_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$h_3(x) = (x-1)^2 - 2,$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Graphen von h_3.
[2 Punkte]

Aufgabe 4. **(i)** Sei $f : \mathbb{R}^{+*} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = 5x^{2020} + \frac{1}{2}\ln(x),$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die zweite Ableitung $f''(x)$, wobei $x \in \mathbb{R}^{+*}$.
[3 Punkte]
(ii) Sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$g(x) = \ln\big(x^{2020} + \exp(x)\big),$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Ableitung $g'(x)$, wobei $x \in \mathbb{R}$.
[3 Punkte]

Aufgabe 5. **(i)** Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^1 \big(5x^{2020} - \exp(x)\big)dx.$$

[3 Punkte]
(ii) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^1 \exp^2(x)dx.$$

[3 Punkte]

Aufgabe 6. Sei E das Zufallsexperiment "dreimaliger Wurf einer fairen Münze".

(i) Bestimmen Sie die Menge Ω der Elementarereignisse von E, eine Ereignismenge $\mathcal{A}$ auf Ω, und eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $P : \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ um das Zufallsexperiment E zu modellieren.

[3 Punkte]

(ii) Bestimmen Sie die folgenden Ereignisse $A_1, A_2 \in \mathcal{A}$:

A_1 : Kopf wird mindestens zweimal erzielt.

A_2 : Zahl wird höchstens einmal erzielt.

[1 Punkt]

(iii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten

$$P(A_1),\ P(A_2),\ P(A_1 \cap A_2),\ P(A_1 - A_2), P(A_1 \cup A_2).$$

[2 Punkte]

Besprechung. Montag 27. Januar 2020, in der Übung.