



Mathematik für Naturwissenschaftler II

Blatt 6

Aufgabe 1. Die folgenden 2×1 Matrizen seien gegeben:

$$A^1 := \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}, \quad B^2 := \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad C^2 := \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}.$$

Zudem sei $\lambda \in \mathbb{R}$. Zeige, dass folgendes gilt:

(i) $\text{Det}(A^1, B^2 + C^2) = \text{Det}(A^1, B^2) + \text{Det}(A^1, C^2)$.

[1 Punkt]

(ii) $\text{Det}(\lambda A^1, B^2) = \lambda \text{Det}(A^1, B^2) = \text{Det}(A^1, \lambda B^2)$.

[0.5 Punkt]

(iii) Sei $A^1 = B^2$, dann gilt $\text{Det}(A^1, B^2) = 0$.

[0.5 Punkt]

(iv) $\text{Det}(A^1 + \lambda B^2, B^2) = \text{Det}(A^1, B^2)$.

[0.5 Punkt]

(v) $\text{Det}(A^1, B^2 + \lambda A^1) = \text{Det}(A^1, B^2)$.

[0.5 Punkt]

(vi) $\text{Det}(A^1, B^2) = -\text{Det}(B^2, A^1)$.

[1 Punkt]

Aufgabe 2. Seien $A, B \in M_2(\mathbb{R})$. Zeige, dass folgendes gilt:

(i) $\text{Det}(AB) = \text{Det}(A)\text{Det}(B)$.

[1 Punkt]

(ii) Falls

$$\text{Det}(A) := \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} := ad - bc \neq 0,$$

und

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix},$$

dann

$$y = \frac{-b}{\text{Det}(A)} \quad \& \quad z = \frac{-c}{\text{Det}(A)} \quad \& \quad w = \frac{a}{\text{Det}(A)}.$$

[3 Punkte]

Aufgabe 3. (i) Berechne die folgende Determinante

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}.$$

[1 Punkt]

Zeige, dass folgendes gilt:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_1).$$

[3 Punkte]

Aufgabe 4. Seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Funktionen, deren zweite Ableitungen f'' bzw. g'' existieren. Die Funktion $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch:

$$\phi(t) := \begin{vmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{vmatrix},$$

für jedes $t \in \mathbb{R}$.

Zeige:

$$\phi'(t) := \begin{vmatrix} f(t) & g(t) \\ f''(t) & g''(t) \end{vmatrix},$$

für jedes $t \in \mathbb{R}$.

[4 Punkte]

Abgabe. Montag 17. Juni 2019, in der Übung.

Besprechung. Montag 17. Juni 2019, in der Übung.