LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 19
27.05.2019

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Blatt 4

Aufgabe 1. Seien X, Y Vektorräume und sei $f \in \mathcal{L}(X, Y)$ ein linearer Isomorphismus.
(i) f ist eine bijektive Abbildung (d.h., injektiv und surjektiv).
[1 Punkt]
(ii) Sei $g : Y \to X$ eine Abbildung, für welche $f \circ g = \mathrm{id}_Y$ und $g \circ f = \mathrm{id}_X$ gilt. Dann gilt $g \in \mathcal{L}(Y, X)$.
[1 Punkt]
(iii) Sei $n \in \mathbb{N}$ und $\dim(X) = n$. Dann gilt $\dim(Y) = n$.
[1 Punkt]
(iv) Sei $h : X \to Y$ eine lineare Abbildung, welche bijektiv ist. Dann ist h ein linearer Isomorphismus.
[1 Punkt]

Aufgabe 2. Sei X ein Vektorraum und sei $n \geq 1$. Es gilt $\dim(X) = n$ genau dann, wenn X linear isomorph zu $\mathbb{R}^n$ ist.
[4 Punkte]

Aufgabe 3. Seien $A, B \in M_{m,n}(\mathbb{R})$, $C \in M_n(\mathbb{R})$, und $a \in \mathbb{R}$.
(i) $(A + B)^t = A^t + B^t$.
[1 Punkt]
(ii) $(a \cdot B)^t = a \cdot B^t$.
[1 Punkt]
(iii) $\left(A^t\right)^t = A$.
[1 Punkt]
(iv) $C + C^t$ ist symmetrisch.
[1Punkt]

Aufgabe 4. Seien $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$, $B, C \in M_{n,l}(\mathbb{R})$ und $D \in M_{l,s}(\mathbb{R})$.
i) $AI_n = A$ und $I_m A = A$.
[0.5 Punkt]
(ii) $A(B + C) = AB + AC$.
[1 Punkt]
(iii) Für alle $a \in \mathbb{R}$ gilt $A(a \cdot B) = a \cdot (AB)$.
[0.5 Punkt]
(iv) $A(BD) = (AB)D$.
[1 Punkt]
(v) Die Multiplikation $B^t A^t$ ist wohldefiniert und es gilt $(AB)^t = B^t A^t$.
[1 Punkt]

Abgabe. Montag 03. Juni 2019, in der Übung.

Beschprechung. Montag 03. Juni 2019, in der Übung.