LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT

Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 19
15.07.2019

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Blatt 11

Aufgabe 1. Sei das Vektorfeld $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$F(x,y) := (x^2 y, y^3),$$

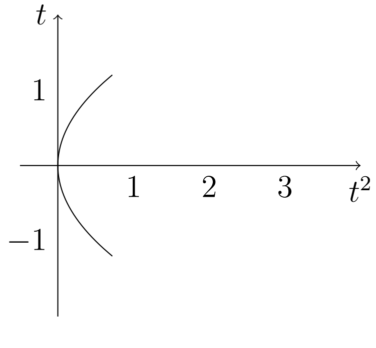
für jedes $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Bestimme das Integral von F über dem Geradenabschnitt zwischen dem Punkt $P := (1,1)$ und dem Ursprung $(0,0)$.

[4 Punkte]

Aufgabe 2. Sei das Vektorfeld $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$F(x,y) := (x^2, xy),$$

für jedes $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Bestimme das Integral von F über dem folgenden Parabelsegment zwischen $P := (1,-1)$ und $Q := (1,1)$.



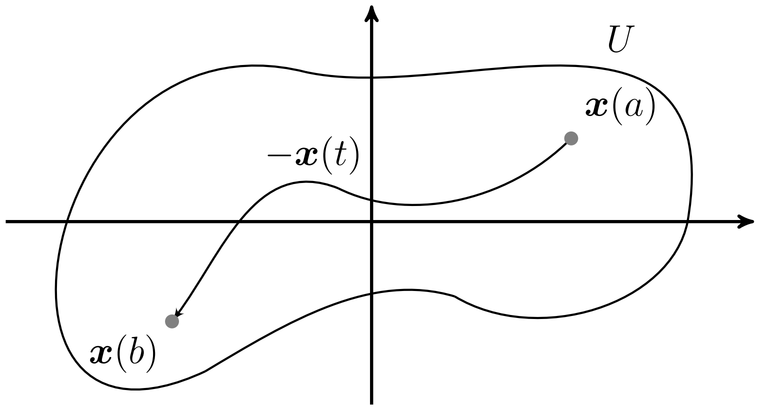
[4 Punkte]

Aufgabe 3. Sei $\boldsymbol{x} : [a, b] \to U \subseteq \mathbb{R}^n$ eine differenzierbare Kurve und sei $-\boldsymbol{x} : [a, b] \to U \subseteq \mathbb{R}^n$ die zu $\boldsymbol{x}$ *inverse* Kurve, gegeben durch

$$(-\boldsymbol{x})(t) := \boldsymbol{x}(a + b - t),$$

für jedes $t \in [a, b]$.

(i) Zeige, dass $-\boldsymbol{x}$ eine differenzierbare Kurve ist, für die $(-\boldsymbol{x})(a) = \boldsymbol{x}(b)$ und $(-\boldsymbol{x})(b) = \boldsymbol{x}(a)$ gilt.



[1 Punkt]

(ii) Sei $F : U \to \mathbb{R}^n$ ein differenzierbares Vektorfeld auf U. Zeige, dass folgendes gilt:

$$\int_{-\boldsymbol{x}} F = -\int_{\boldsymbol{x}} F.$$

[3 Punkte]

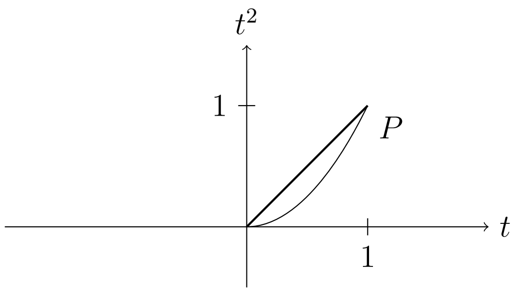
Aufgabe 4. Sei das Vektorfeld $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$F(x, y) := (x^2, xy),$$

für jedes $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Bestimme das Integral von F über dem Pfad

$$p := (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2),$$

wobei $\boldsymbol{x}_1$ das Parabelsegment vom Ursprung $(0, 0)$ zum Punkt $P := (1, 1)$ und $\boldsymbol{x}_2$ den Geradenabschnitt vom Punkt P zum Ursprung durchläuft.



[4 Punkte]

Abgabe. Montag 22. Juli 2019, in der Übung.

Beschprechung. Montag 22. Juli 2019, in der Übung.