

Übungen zu Einführung in die Kategorientheorie

Aufgabe 17. Seien $\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H} : \mathbf{Me} \rightarrow \mathbf{Me}$ die kovarianten Funktoren mit $\mathcal{F}(A) = \{*\}$, $\mathcal{G}(A) = A$, $\mathcal{G}(f) = f$, $\mathcal{H}(A) = A \times A$, $\mathcal{H}(f) = f \times f$. Zeigen Sie, daß \mathcal{F} , \mathcal{G} und \mathcal{H} darstellbare Funktoren sind.

Aufgabe 18. Zeigen Sie:

- (1) Der kontravariante Potenzmengenfunktor $\mathcal{Q} : \mathbf{Me} \rightarrow \mathbf{Me}$ ist darstellbar.
- (2) Der kovariante Potenzmengenfunktor $\mathcal{P} : \mathbf{Me} \rightarrow \mathbf{Me}$ ist nicht darstellbar.

Aufgabe 19. Untersuchen Sie, ob die Vergißfunktoren $\mathcal{V} : \mathbf{Gr} \rightarrow \mathbf{Me}$ bzw. $\mathcal{V} : \mathbf{Top} \rightarrow \mathbf{Me}$ darstellbar sind.

Aufgabe 20. Bestimmen Sie alle natürlichen Transformationen $\varphi : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$ für den Vergißfunctor $\mathcal{V} : \mathbf{Ab} \rightarrow \mathbf{Me}$ und zeigen Sie, daß $\{\varphi : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}\} =: \text{End}(\mathcal{V})$ einen Ring bildet, wobei die Multiplikation das „Produkt“ der natürlichen Transformationen ist.