Blatt Nr. 7 Prof. F. Merkl

Tutorium zur Stochastik für Lehramt
SS 2016

Aufgabe 1

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $B \in \mathcal{A}$ ein Ereignis mit $P(B) > 0$.
Zeigen Sie:
Die Abbildung zur bedingten Wahrscheinlichkeit, $P(\cdot|B) : \mathcal{A} \to [0, \infty]$, $A \mapsto P(A|B)$, ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Aufgabe 2

Gegeben sei der Wahrscheinlichkeitsraum $(\mathbb{R}^2, \mathcal{B}(\mathbb{R}^2), P)$ wobei P die folgende Dichte f bezüglich des zweidimensionalen Lebesguemaßes λ_2 besitze:

$$f(x, y) = xe^{-x-y} 1_{\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+}(x, y), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

$X, Y : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ bezeichnen die kanonischen Projektionen auf die Koordinate x beziehungsweise y. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P[X < \frac{1}{2}Y]$.

Aufgabe 3

Erinnern Sie sich an die Situationen von Tutorienblatt 5 Aufgabe 3 und Übungsblatt 5 Aufgabe 2. Die dort besprochenen Modelle für das Ziehen zweier zufälliger Punkte A, B auf dem Einheitskreis werden im Folgenden T beziehungsweise H genannt. Sowohl die zufälligen Punkte A und B als auch das zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsmaß P werden also mit T bzw. mit H indiziert, damit keine Missverständnisse entstehen, welches Modell gemeint ist. Zeigen Sie, dass die beiden Modelle im folgenden Sinn übereinstimmen:

$$\mathcal{L}_{P_T}(A_T, B_T) = \mathcal{L}_{P_H}(A_H, B_H)$$

Hinweis: (A_T, B_T) und (A_H, B_H) sind also Zufallsvariablen mit Werten in $S^1 \times S^1$, die jeweils zufälligen Winkelpaaren Paare von Punkten auf dem Einheitskreis zuordnen.