Blatt Nr. 6 Prof. F. Merkl

Tutorium zur Stochastik für Lehramt
SS 2016

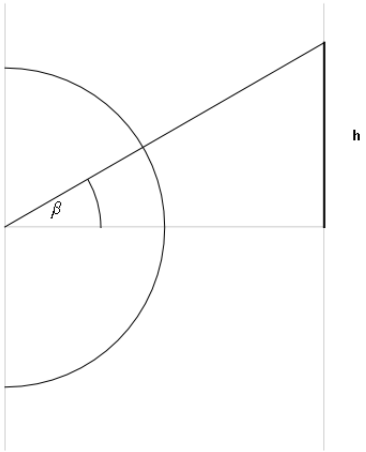
Aufgabe 1

Die Poissonverteilung zum Parameter $\mu > 0$ ist das Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\mathbb{N}_0, \mathcal{P}(\mathbb{N}_0))$ mit der Zähldichte

$$p_n = e^{-\mu}\frac{\mu^n}{n!}, \quad n \in \mathbb{N}_0.$$

Schlagen Sie ein Verfahren vor (mit Begründung), mit dem man eine poissonverteilte Zufallszahl simulieren kann, wenn ein Zufallszahlengenerator zur Verfügung steht, der eine uniform auf $]0,1[$ verteilte Zufallszahl liefert.

Aufgabe 2



Eine Lampe, die an einer Wand (auf Höhe 0) angebracht ist, sendet ein Photon (Lichtteilchen) der Gleichverteilung auf dem Halbkreis entsprechend auf eine zweite Wand, welche sich im Abstand 1 zur ersten Wand befindet und parallel zu dieser ist. Finden Sie die Verteilungsfunktion des Auftreffortes des Photons und deren Dichte auf der zweiten Wand in Abhängigkeit von der Höhe h. (Siehe Skizze)

Aufgabe 3

Betrachten Sie die dreidimensionale Standardnormalverteilung P auf $\mathbb{R}^3$, die durch

$$P : \mathcal{B}\left(\mathbb{R}^3\right) \to [0,1], \quad P(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^3}\int_D e^{-\frac{1}{2}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)}\,\lambda_3(dx)$$

definiert wird. Mit Hilfe der Zufallsvariablen $N : \mathbb{R}^3 \to S^2$, $N(x) = x/\|x\|$ für $x \neq 0$, $N(0) \in S^2$ beliebig, definieren wir die Gleichverteilung auf der Einheitssphäre S^2 wie folgt:

$$\text{uniform}\left(S^2\right) := \mathcal{L}_P(N).$$

Finden Sie die Dichte der Zufallsvariablen $X : S^2 \to \mathbb{R}, (x_1, x_2, x_3) \mapsto x_1$, also die Dichte von $\mathcal{L}_{\text{uniform}(S^2)}(X)$ bezüglich des Lebesguemaßes auf $\mathbb{R}$.
Hinweis: Verwenden Sie eine bequeme Variante der Kugelkoordinaten, in der x_1 nur von einem Winkel abhängt.