

Tutorium zur Stochastik für Lehramt  
SS 2016**Aufgabe 1**

Die Cauchyverteilung zum Parameter  $a > 0$  ist das Wahrscheinlichkeitsmaß auf  $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$  mit der Dichte

$$f_a(x) = \frac{c_a}{a^2 + x^2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie  $c_a$ .

**Aufgabe 2**

Betrachten Sie den Ereignisraum  $(\{0, 1\}^{\mathbb{N}}, \mathcal{A})$  und die Funktionen  $X_i$  für  $i \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{aligned} X_i : \{0, 1\}^{\mathbb{N}} &\rightarrow \{0, 1\} \\ \omega &\mapsto \omega_i \end{aligned}$$

wobei  $\mathcal{A}$  die kleinste  $\sigma$ -Algebra bezeichnet, bezüglich der alle  $X_i$  messbar (Zufallsvariablen) sind:

$$\mathcal{A} := \sigma(\{\omega \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}} \mid X_i(\omega) = 0\}, i \in \mathbb{N})$$

Zeigen Sie:

$$\left\{ \omega \mid \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(\omega) \text{ existiert} \right\} \in \mathcal{A} \quad (1)$$

**Aufgabe 3**

Was ist wahrscheinlicher: Bei dem Wurf eines fairen Würfels eine "6" zu würfeln, oder bei sechsmaligem Wurf zweier fairer Würfel mindestens eine Doppel-6?