

Übungen zur Stochastik für Lehramt  
SS 2016  
Abgabe erfolgt in den Tutorien

**Aufgabe 1**

Seien  $X, Y$  unabhängige poissonverteilte Zufallsvariablen mit den Parametern  $\mu, \nu > 0$ . Es sei  $n \in \mathbb{N}_0$ . Zeigen Sie:

Bedingt auf  $\{X + Y = n\}$  ist  $X$  binomialverteilt mit Parametern  $n$  und geeignetem  $p$ . Bestimmen Sie  $p$ .

**Aufgabe 2****Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung.**

Ein radioaktiver Atomkern zerfällt nach einer zufälligen endlichen Zeit  $T > 0$ .

- a) Nehmen Sie an, dass die Wartezeit  $T$  exponentialverteilt mit dem Parameter  $a > 0$  ist, also die Dichte  $f(t) = ae^{-at}1_{[0, \infty[}(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , besitzt. Zeigen Sie, dass der Atomkern "gedächtnislos" im folgenden Sinn ist:

Für alle  $t > 0$  gilt  $P(T > t) > 0$ , und  $T - t$  bedingt auf das Ereignis  $T > t$  hat die gleiche Verteilung wie  $T$  (unbedingt).

- b) Zeigen Sie umgekehrt: Ist der Atomkern gedächtnislos im obigen Sinn, so ist  $T$  exponentialverteilt mit einem geeigneten Parameter  $a > 0$

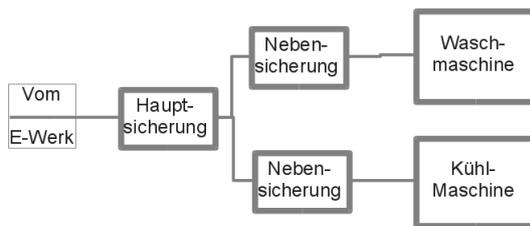
*Hinweis:* Zeigen Sie zuerst  $P(T > nt) = P(T > t)^n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  und alle reellen  $t > 0$  durch vollständige Induktion. Folgern Sie  $P(T > t) = P(T > 1)^t$  für alle rationalen  $t > 0$ . Folgern Sie hieraus mit einem  $\sigma$ -Stetigkeitsargument  $P(T > t) = P(T > 1)^t$  für alle reellen  $t > 0$ .

- c) Halten Sie die Exponentialverteilung für ein plausibles Modell auch für andere Wartezeiten, z.B. die Dauer von Telefongesprächen?

**Aufgabe 3**

Die Schachtel  $A$  enthält 7 Hauptsicherungen, von denen genau 2 defekt sind. Die Schachtel  $B$  enthält 7 Nebensicherungen, von denen genau 3 defekt sind. Die drei Sicherungen zu folgendem Schaltbild werden zufällig aus den jeweiligen Schachteln gezogen (ohne Zurücklegen).

**bitte wenden**



- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass weder an der Waschmaschine noch am Kühlschranks Spannung anliegt?
- b) Man stellt fest, dass weder an der Waschmaschine noch am Kühlschranks Spannung anliegt. Welche der beiden folgenden Strategien sollte man anwenden, um mit möglichst hoher Wahrscheinlichkeit beide Maschinen zum Laufen zu bringen?

**Strategie H:** Die Hauptsicherung wird durch eine andere Sicherung ersetzt, die aus der Schachtel *A* (mit den 6 übrig gebliebenen Sicherungen) zufällig gezogen wird.

**Strategie N:** Die beiden Nebensicherungen werden durch zwei andere Sicherungen ersetzt, die aus der Schachtel *B* (mit den 5 übrig gebliebenen Sicherungen) zufällig gezogen werden.