

Übungen zur Stochastik für Lehramt
SS 2016
Abgabe erfolgt in den Tutorien

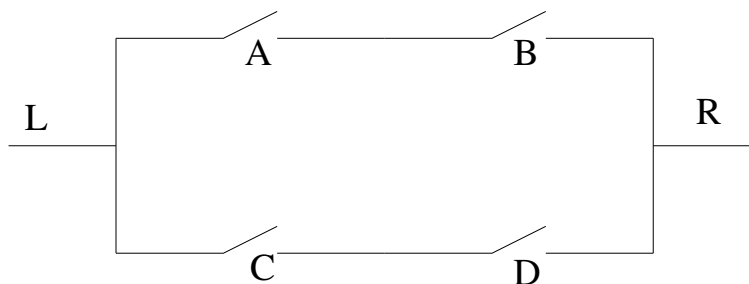
Aufgabe 1

Die vier Seiten eines unfairen Tetraeders sind mit den Augenzahlen 1 bis 4 beschriftet. Ein Wurf des Tetraeders liefert eine zufällige Augenzahl X , und zwar die Augenzahl k mit der Wahrscheinlichkeit $k/10$. Weiter seien 4 Urnen gegeben. Urne Nr. k enthält $k - 1$ rote Bälle und $4 - k$ blaue Bälle, $k = 1, 2, 3, 4$. Nun werden aus der zufälligen Urne mit der Nummer X zwei Bälle mit Zurücklegen gezogen.

- Geben Sie ein Wahrscheinlichkeitsmodell (Ω, \mathcal{A}, P) (mit Interpretation) und eine Zufallsvariable X an, die dieses zweistufige Zufallsexperiment beschreibt.
- Berechnen Sie $P[\text{Beide gezogenen Bälle sind rot}]$.
- Man beobachtet, dass beide gezogenen Bälle rot sind. Gegeben diese Beobachtung, mit welcher Wahrscheinlichkeit kamen sie aus der Urne $k \in \{1, 2, 3, 4\}$?

Aufgabe 2

Im folgenden elektrischen Schaltnetz seien die Schalter A, B, C und D unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ stromdurchlässig.



Man beobachtet, daß Strom vom linken Ende L zum rechten Ende R des Netzwerks fließen kann. Bedingt auf diese Beobachtung, mit welcher Wahrscheinlichkeit q ist der Schalter A stromdurchlässig?

Aufgabe 3

Hintergrundvariablen. Zur Behandlung von Warzen bietet eine Apotheke die Salben “Warzab” und “Verrolose” an. Zur Untersuchung der Wirksamkeit der beiden Salben wird bei den Käufern eine Umfrage durchgeführt. Dies führt zu folgendem Modell:

Bitte wenden

$$\begin{aligned}
P[A] &= 0.73, \\
P[B|A] &= 0.69, & P[B|A^c] &= 0.2, \\
P[C|A \cap B] &= 0.62, & P[C|A^c \cap B] &= 0.82, \\
P[C|A \cap B^c] &= 0.06, & P[C|A^c \cap B^c] &= 0.07
\end{aligned}$$

mit den Bezeichnungen

A bzw. A^c : Salbe "Warzab" bzw. "Verrolose" wird verwendet.

B bzw. B^c : Salbe wird bei Erwachsenem bzw. Kind angewendet.

C bzw. C^c : Behandlung ist erfolgreich bzw. erfolglos.

Berechnen Sie $P[C|A]$ und $P[C|A^c]$ und interpretieren Sie das Resultat: Welche Salbe wirkt besser?