

Übungen zur Stochastik für Lehramt  
SS 2016  
Abgabe erfolgt in den Tutorien

**Aufgabe 1**

Es sei  $X$  eine standardnormalverteilte Zufallsvariable auf  $\mathbb{R}$ .

- a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $X^2$ .

*Hinweis:* Diese Verteilungsfunktion kann nicht elementar dargestellt werden. Im Ergebnis darf daher ein Integral stehen bleiben.

- b) Zeigen Sie, dass die Verteilung von  $X^2$  eine Dichte  $f$  bezüglich des Lebesguemaßes besitzt, und berechnen Sie diese.
- c) Folgern Sie, dass  $X^2$  gammaverteilt ist, und identifizieren Sie die Parameter dieser Gammaverteilung.

**Aufgabe 2**

Es sei  $P$  die Gleichverteilung über der Einheitskreislinie  $S^1 \subset \mathbb{R}^2$ .

- a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion der 1. Randverteilung  $Q$  von  $P$ .
- b) Zeigen Sie, dass  $Q$  eine Dichte bezüglich des Lebesguemaßes besitzt, und berechnen Sie eine solche.

**Aufgabe 3**

Betrachten Sie die folgende Projektion:

$$\Pi : S^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y, z) \mapsto (x, y)$$

Hierbei bezeichnet  $S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$  die Einheitssphäre im  $\mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie, dass

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_0^+, \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-x^2-y^2}} & \text{für } x^2 + y^2 < 1 \\ 0 & \text{für } x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$$

eine Dichte der Verteilung  $\mathcal{L}_{\text{uniform}(S^2)}(\Pi)$  von  $\Pi$  bezüglich des zweidimensionalen Lebesguemaßes ist.