

Übungen zur Stochastik für Lehramt
SS 2016
Abgabe erfolgt in den Tutorien

Aufgabe 1

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz einer negativ binomialverteilten Zufallsvariablen N zu den Parametern n und p .

Aufgabe 2**Beschränkte Unabhängigkeit.**

Gegeben seien n unabhängige Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n mit gleicher Verteilung

$$P[X_i = -1] = P[X_i = +1] = \frac{1}{2}, \quad (1 \leq i \leq n).$$

Zusätzlich sei die Zufallsvariable X_0 definiert durch $X_0 = \prod_{i=1}^n X_i$. Zeigen Sie:

- Für eine beliebige Kollektion $I \subsetneq \{0, \dots, n\}$ sind die Zufallsvariablen $(X_i)_{i \in I}$ unabhängig.
- X_0, \dots, X_n sind *nicht* unabhängig.

Aufgabe 3

Der Zufallsvektor (X, Y) sei uniform auf dem Dreieck

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$$

verteilt. Berechnen Sie die Kovarianz $\text{Cov}(X, Y)$.

Aufgabe 4

Es seien Z_0, Z_1, Z_2, \dots i.i.d. gleichverteilte zufällige Buchstaben auf dem Alphabet $\{A, B, C, \dots, Z\}$. Für gegebenes $m \in \mathbb{N}_0$ sei

$$N = \sum_{k=0}^m 1_{\{Z_k=P, Z_{k+1}=A, Z_{k+2}=P, Z_{k+3}=A\}}$$

die Anzahl der Teilwörter "PAPA" im Wort $Z_0 Z_1 \dots Z_{m+3}$. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von N .

Aufgabe 5

Lesen und verstehen Sie die Herleitung der Stirlingformel:

<http://www.math.lmu.de/~merkl/ss16/stoch/stirling.pdf>