**AB Geometrie & Topologie**
Stephan Stadler
Phillip Grass
Markus Nöth

# Analysis einer Variablen

## Übungsblatt 6

**Abgabe** Di 28.11.17, 14 Uhr.

1. (4 Punkte) Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ eine nichtleere, nach oben beschränkte Menge. Zeigen Sie, dass dann stets eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ existiert, so dass $a_k \in M$ für alle $k \in \mathbb{N}$ und $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \sup M$ gilt.

2. (4 Punkte) Sei $a \geq 0$ und $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen mit $a_n \geq 0$ und $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$. Zeigen Sie, dass dann stets auch $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{a}$.
*Hinweis:* Im Fall $a > 0$ könnte die Identität $a_n - a = (\sqrt{a_n} - \sqrt{a})(\sqrt{a_n} + \sqrt{a})$ hilfreich sein.

3. (2 Punkte)

   (a) Zeigen Sie, dass die reelle Folge $(\frac{(-1)^n n}{n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ nicht konvergiert.

   (b) Finden Sie eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_k \in \mathbb{C}$ und $|a_k| = 1$ für alle $k \in \mathbb{N}$, die nicht konvergiert und begründen Sie, warum kein Grenzwert existiert.

4. (6 Punkte) Zeigen Sie, dass die angegebenen Folgen konvergieren und bestimmen Sie jeweils ihren Grenzwert.

   (a) $(\frac{1}{\sqrt{n+2}})_{n\in\mathbb{N}}$

   (b) $(\frac{(-1)^n}{2n^2+3})_{n\in\mathbb{N}}$

   (c) $(\frac{(n-2)^3}{2n^3+2})_{n\in\mathbb{N}}$

   (d) $(\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n})_{n\in\mathbb{N}}$

   (e) $(\sqrt{\frac{n-1}{n+3}})_{n\in\mathbb{N}}$

   (f) $(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})_{n\in\mathbb{N}}$