Mathematisches Institut der LMU
Prof. M. Napiórkowski
Dr. S. Morozov

Partielle Differentialgleichungen
WiSe 2018/19
4. 12. 2018

Übungsblatt 6

6.1. Für $m \geqslant 3$ sei $\Omega_m \subset \mathbb{R}^2$ ein regelmäßiges m–Eck. Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $x \mapsto \big(\operatorname{dist}(x, \partial\Omega)\big)^\alpha$ subharmonisch bzw. superharmonisch in Ω?

6.2. Seien $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ein beschränktes Gebiet mit $\partial\Omega \in C^2$ und $V : \Omega \to [0, \infty)$, $\varphi : \partial\Omega \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen. Beweise, dass die Lösung $u \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ des Randwertproblems

$$\begin{cases} (\Delta u)(x) = V(x)u(x), & \text{für alle } x \in \Omega \\ u(x) = \varphi(x), & \text{für alle } x \in \partial\Omega \end{cases} \tag{1}$$

eindeutig ist.

6.3. Sei $\Omega := (0,1) \times (0,1) \subset \mathbb{R}^2$. Beweise, dass für jedes $y \in \partial\Omega$ eine subharmonische Barrierefunktion $F_y \in C^2(\Omega) \cap C(\partial\Omega)$ existiert, sodass

$$\begin{cases} F_y(x) < 0, & \text{für alle } x \in \partial\Omega \setminus \{y\} \\ F_y(y) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

gilt.

Besprechung: Am Montag, den 10. 12. 2018.