Mathematisches Institut der LMU
Prof. M. Napiórkowski
Dr. S. Morozov

Partielle Differentialgleichungen
WiSe 2018/19
22. 11. 2018

Übungsblatt 5

5.1. (a) Sei $\Omega := (0,\infty) \times (0,\infty)$ und $f \in C_0(\Omega)$. Finde die Greensche Funktion fürs Randwertproblem

$$\begin{cases} \Delta u = f & \text{auf } \Omega \\ u(x_1, 0) = 0 & \text{für alle } x_1 > 0 \\ u_{x_1}(0, x_2) = 0 & \text{für alle } x_2 > 0. \end{cases} \tag{1}$$

(b) Finde eine Lösung $u \in C^2(\overline{\Omega})$ des Problems (1) für $f \equiv A \in \mathbb{R}$ (konstante Funktion). Ist die Lösung eindeutig?

5.2. (a) Für $L, M > 0$ sei $\Omega := (0, L) \times (0, M)$. Finde eine Lösung $u \in C^2(\overline{\Omega})$ des Randwertproblems für die Laplace-Gleichung

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & \text{auf } \Omega \\ u(x_1, 0) = u(x_1, M) = 0 & \text{für alle } x_1 \in (0, L) \\ u(L, x_2) = 0 & \text{für alle } x_2 \in (0, M) \\ u_{x_1}(0, x_2) = \sin(\pi x_2/M) & \text{für alle } x_2 \in (0, M). \end{cases} \tag{2}$$

(b) Ist die Lösung von (2) eindeutig?

5.3. Seien $0 < R_1 < R_2 < \infty$, $\Omega := \big\{x \in \mathbb{R}^3 : |x| \neq R_1 \text{ und } |x| \neq R_2\big\}$,

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f : x \mapsto \begin{cases} 1, & |x| \in (R_1, R_2) \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \tag{3}$$

Finde eine Funktion $u \in C^2(\Omega) \cap C^1(\mathbb{R}^3)$ mit $\Delta u = f$ auf Ω und $\lim\limits_{|x|\to\infty} u(x) = 0$.

Besprechung: Am Montag, den 3. 12. 2018.