

## Übungsblatt 2

**2.1.** Seien  $f, g \in C^2([0, \infty))$  mit

$$f'(0) = g'(0) = 0 \quad (1)$$

(rechtsseitige Ableitungen!).

Finde eine Lösung  $u \in C^2([0, \infty) \times [0, \infty))$  des Anfangsrandwertproblems

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = c^2 u_{xx}(x, t) & \text{für alle } x \in (0, \infty), t \in [0, \infty) \\ u(x, 0) = f(x) & \text{für alle } x \in [0, \infty) \\ u_t(x, 0) = g(x) & \text{für alle } x \in [0, \infty) \\ u_x(0, t) = 0 & \text{für alle } t \in [0, \infty). \end{cases} \quad (2)$$

Sind die Bedingungen (1) notwendig für die Existenz der Lösung?

**2.2.** Seien  $L > 0, f, g \in C_0^2((0, L))$ . Beweise, dass die Lösungen  $u \in C^2([0, L] \times [0, \infty))$  des Anfangsrandwertproblems für die Wellengleichung

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = c^2 u_{xx}(x, t) & \text{für alle } x \in [0, L), t \in [0, \infty) \\ u(x, 0) = f(x) & \text{für alle } x \in (0, L) \\ u_t(x, 0) = g(x) & \text{für alle } x \in (0, L) \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 & \text{für alle } t \in [0, \infty) \end{cases} \quad (3)$$

periodisch sind, d.h., finde  $T > 0$ , sodass  $u(x, t+T) = u(x, t)$  für alle  $(x, t) \in [0, L] \times [0, \infty)$  gilt.

**2.3.** Finde eine Lösung  $u \in C^2(\mathbb{R}^3 \times [0, \infty))$  des Anfangswertproblems für die Wellengleichung

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = c^2 \Delta u(x, t) & \text{für alle } x \in \mathbb{R}^3, t \in [0, \infty) \\ u(x, 0) = |x|^4 & \text{für alle } x \in \mathbb{R}^3 \\ u_t(x, 0) = -|x|^2 & \text{für alle } x \in \mathbb{R}^3. \end{cases} \quad (4)$$

**Besprechung:** Am Montag, den 5.11.2018.