

## ÜBUNGSKLAUSUR

*Dies ist eine Übungsklausur. Sie besteht, genau wie die Endklausur, aus 16 Fragen. Für die Bearbeitung der Endklausur sind 90 Minuten vorgesehen. Jede Frage hat vier Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist. Die Reihenfolge der abgefragten Themen entspricht der Chronologie der Vorlesung. Die Übungsklausur enthält einfachheitshalber (ebenso wie die Endklausur) Fragen zu Themen, die in den zwei noch ausstehenden Vorlesungen behandelt werden. Die Lösungen zu dieser Übung werden in den Tutorien im Januar besprochen. Wichtig: Die letzte Seite am Ende dieser Übung hat genau dieselbe Form eines einzelnen A4-Blatts wie das, welches am Ende der Endklausur abzugehen ist. Die Übertragung der Antworten auf das Antwortblatt ist selbstständig vorzunehmen.*

**Frage 01.** Was ist der Wert der Summe  $\sum_{k=0}^6 \binom{6}{k} \cdot 1.\overline{3}^k \cdot 0.\overline{6}^{6-k}$  ?

- A   $1.\overline{9}$
- B  64
- C  128
- D  6

**Frage 02.** Welche der folgenden Mengen ist die Menge der realen Zahlen mit  $||x - 1| - 3| < 2$  ?

- A   $(2, 6)$
- B   $(-3, 3)$
- C   $(-4, 0) \cup (2, 6)$
- D   $(-3, -2) \cup (2, 3)$

**Frage 03.** Was ist der Grenzwert für  $n \rightarrow \infty$  der Folge  $(x_n)_{n=1}^{\infty}$  definiert durch

$$x_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k ?$$

- A   $\frac{1}{2}$
- B  1
- C  2
- D   $+\infty$

**Frage 04.** Welche der folgenden Reihen ist konvergent?

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (0.5)^k, \quad (ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (1.5)^k, \quad (iii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$$

- A  Keine.
- B  Nur (i) und (ii).
- C  Nur (i).
- D  Alle.

**Frage 05.** Was ist der Wert der Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!}$  ?

- A  0
- B   $1/e$
- C  1
- D   $e$

**Frage 06.** Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x+1}, \quad x \geq 0, \quad g(x) = \sqrt{x-1}, \quad x \geq 1.$$

Welche der vier Kompositionen  $f \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ ,  $g \circ g$  sind möglich?

- A  Nur  $f \circ f$ .
- B  Nur  $g \circ f$  und  $g \circ g$ .
- C  Alle.
- D  Nur  $f \circ f$  und  $f \circ g$ .

**Frage 07.** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Was ist ihre Umkehrfunktion?

- A   $f$  ist nicht invertierbar.
- B   $f^{-1}(x) = \frac{e^x + 1}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$
- C   $f^{-1}(x) = \ln \frac{1}{1-x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$
- D   $f^{-1}(x) = \ln \frac{x}{1-x}$ ,  $x \in (0, 1)$

**Frage 08.** Gegeben sind die folgenden Funktionen mit übereinstimmendem Definitionsbereich  $\mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} \cos(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

welche sind stetig an  $x = 0$ ?

- A  Nur  $f$  und  $g$ .

- B  Nur  $f$  und  $h$ .
- C  Nur  $g$  und  $h$ .
- D  Alle.

**Frage 09.** Was ist der maximale Definitionsbereich der Funktion  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D \subset \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 2}$  ?

- A   $D = \mathbb{R}$
- B   $D = \mathbb{R} \cup \{2\}$
- C   $D = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
- D   $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

**Frage 10.** Was ist der Wert von  $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \cdot \ln(\ln x)$  ?

- A   $-\infty$
- B   $0$
- C   $1$
- D   $\pi$

**Frage 11.** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x^e \cdot e^x$ ,  $x \in (0, +\infty)$ . Was ist der Wert von  $f'(1)$ ?

- A   $e - e^2$
- B   $e + e^2$
- C   $e$
- D   $1/e$

**Frage 12.** Für welche Werte  $x$  ist die Funktion  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x^2 \cdot \ln(x)$  streng monoton fallend?

- A   $(0, 1/e)$
- B   $(0, +\infty)$
- C   $(e, +\infty)$
- D   $(1, e)$

**Frage 13.** Für welche Werte  $x$  ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 2015$  streng konvex?

- A   $(0, 1)$
- B   $(-1, 1)$
- C   $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- D   $(-12, -1) \cup (1, 12)$

**Frage 14.** Welcher ist der richtige Ausdruck für die dritte Ableitung der Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  ?

- A   $f'''(x) = \frac{3}{(x^2 + 1)^{5/2}}$   
B   $f'''(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^{3/2}}$   
C   $f'''(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^{1/2}}$   
D   $f'''(x) = -\frac{3x}{(x^2 + 1)^{5/2}}$

**Frage 15.** Was ist der Wert des Integrals  $\int_0^1 (3x^2 + 2x + 2014) dx$  ?

- A  2013  
B  2014  
C  2015  
D  2016

**Frage 16.** Was ist der Wert des Integrals  $\int_1^e \left(\frac{1}{x} + 3x^2\right) dx$  ?

- A   $e^3$   
B   $e^2$   
C   $1 + e$   
D   $\frac{1}{e} + 3e^2$

# ANTWORT-BLATT

(NUR DIESES BLATT IST ABZUGEBEN)

- Dieses Blatt ist mit den persönlichen Daten und in der unten stehenden Tabelle mit den Antworten zu den 16 Fragen auszufüllen. Nur dieses Blatt wird am Ende des Tests abgegeben.
- Für jede Frage ist die gewählte Antwort gut sichtbar und eindeutig durch ein Ankreuzen oder Ausmalen des entsprechenden Buchstabens oder Kästchens zu kennzeichnen. Nur eine der vier Antwortmöglichkeiten kann gewählt werden.
- Die Antwort auf eine gestellte Frage wird in folgenden Fällen als falsch bewertet: (1) Die gewählte Antwort ist nicht richtig; (2) zwei oder mehr Antworten wurden gekennzeichnet; (3) es wurde keine Antwort gewählt und die entsprechende Zeile unausgefüllt gelassen; (4) die Antwort ist nicht eindeutig erkennbar, zum Beispiel durch ein Kreuz das zwei benachbarte Kästchen abdeckt.

Name: / Name: \_\_\_\_\_

Matrikelnr.: / Matriculation number: \_\_\_\_\_ Fachsemester: / Semester: \_\_\_\_\_

Studiengang: / Degree course: \_\_\_\_\_

Frage 01	A	B	C	D
Frage 02	A	B	C	D
Frage 03	A	B	C	D
Frage 04	A	B	C	D
Frage 05	A	B	C	D
Frage 06	A	B	C	D
Frage 07	A	B	C	D
Frage 08	A	B	C	D
Frage 09	A	B	C	D
Frage 10	A	B	C	D
Frage 11	A	B	C	D
Frage 12	A	B	C	D
Frage 13	A	B	C	D
Frage 14	A	B	C	D
Frage 15	A	B	C	D
Frage 16	A	B	C	D

---

(NUR vom Korrektor auszufüllen)

Gesamtpunktzahl \_\_\_\_\_ Endnote \_\_\_\_\_