# Übungsblatt 6

(Besprechung am 6.12.2004, 16:15-17:00, Raum 251)

1. Es sei $(M_s)_{0\le s\le t}$ ein $L^2$-Martingal mit stetigen Pfaden, $(X_s)_{0\le s\le t} \in \overline{\mathcal{E}_t}$, und $T$ eine Stoppzeit mit Werten in $[0,t]$. Zeigen Sie für $0 \le s \le t$:

$$\int_0^{s\wedge T} X_u \, dM_u = \int_0^s X_{u\wedge T} \, dM_{u\wedge T} = \int_0^s X_u \, dM_{u\wedge T}.$$

2. Ein adaptierter Prozeß $(M_s)_{s\ge 0}$ heißt *lokales Martingal*, wenn es eine aufsteigende Folge von Stoppzeiten $(T_i)_{i\in\mathbb{N}}$ mit $T_i \stackrel{i\to\infty}{\longrightarrow} \infty$ gibt, so daß $(M_{s\wedge T_i})_{s\ge 0}$ für alle $i \in \mathbb{N}$ ein Martingal ist. Finden Sie ein Beispiel für ein lokales Martingal $(M_s)_{s\ge 0}$ mit stetigen Pfaden, das kein Martingal ist.