

Übungsblatt 3

(Besprechung am 15.11.2004, 16:15-17:00, Raum 251)

1. Geben Sie ein Beispiel für ein Submartingal $(X_t)_{t \geq 0}$ mit rechtsseitig stetigen (aber unste-tigen) Pfaden, das zwei wesentlich verschiedene Zerlegungen in eine Summe von einem Martingal und einem adaptierten steigenden Prozeß besitzt.
2. Es sei $(X_t)_{t \geq 0}$ ein L^2 -Martingal mit stetigen Pfaden. Zeigen Sie: $E[\langle X \rangle_t] = \text{Var}(X_t - X_0)$ für alle $t \geq 0$.
3. Es sei $(X_t)_{t \geq 0}$ ein beschränktes Martingal mit stetigen Pfaden und mit beschränkter quadratischer Variation $(\langle X \rangle_t)_{t \geq 0}$. Zeigen Sie für alle $t > 0$:

$$\sum_{k=1}^n (X_{tk/n} - X_{t(k-1)/n})^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \langle X \rangle_t \quad \text{in Wahrscheinlichkeit.}$$