

Stochastik: Übungsblatt 14

Tutoriumsaufgaben

Aufgabe T14.1 Geben Sie in den beiden folgenden Fällen einen besten Test für $H_0 : P = P_0$ gegen $H_1 : P = P_1$ zum Niveau $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$ an:

- (a) $P_0 = \mathcal{U}_{(0,2)}, P_1 = \mathcal{U}_{(1,3)}$,
- (b) $P_0 = \mathcal{U}_{(0,2)}, P_1$ hat die Dichtefunktion $\rho_1(x) = x \cdot \mathbb{1}_{(0,1]}(x) + \frac{1}{2} \cdot \mathbb{1}_{(1,2]}(x)$.

Aufgabe T14.2

- (a) Anhand von n Ziehungen des Samstagslotto „6 aus 49“ soll getestet werden, ob die „13“ eine Unglückszahl ist, weil sie seltener gezogen wird als zu erwarten wäre. Formulieren Sie das Testproblem und geben Sie (mit Hilfe der Normalapproximation der Binomialverteilung) einen Test zum approximativen Niveau $\alpha = 0,1$ an.

Wie lautet Ihre Entscheidung für die 2682 Ziehungen von 9.10.1955 bis zum 3.3.2007, bei denen die „13“ nur 264-mal gezogen wurde (mit Abstand um unteren Ende der Häufigkeitsskala)? *Hinweis:* $\Phi^{-1}(0,1) = -1,2816$.

- (b)* Geben Sie für das Szenario aus (a) einen besten Test an.

Aufgabe T14.3 Bestimmen Sie im statistischen Produktmodell $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), \mathcal{U}_{[0,\theta]}^{\otimes n} : \theta > 0)$ die Gütefunktion des Tests mit Annahmebereich $\{\frac{1}{2} < \max\{X_i : i \in [n]\} < 1\}$ für das Testproblem $H_0 : \theta = 1$ gegen $H_1 : \theta \neq 1$.