

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

1. Zentralübungsblatt

Man kreuze richtig an:

- 1) Eine erweiterte Koeffizientenmatrix mit n Zeilen und $m + 1$ Spalten (inklusive der einzelnen Spalte am rechten Rand) steht für ein Lineares Gleichungssystem mit ...
 - a) m Gleichungen und n Unbekannten
 - b) $m + 1$ Gleichungen und n Unbekannten
 - c) n Gleichungen und m Unbekannten
 - d) n Gleichungen und $m + 1$ Unbekannten

Aufgaben:

- 1) Man löse das lineare Gleichungssystem mit der erweiterten Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 5 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & -1 & 11 \end{array} \right)$$

- 2) Man löse das lineare Gleichungssystem mit der erweiterten Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 5 & 7 & 17 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 11 \\ 1 & 3 & 7 & 13 & 25 \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 21 \end{array} \right)$$

- 3) Man löse das lineare Gleichungssystem mit der erweiterten Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 0 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 5 \end{array} \right)$$

- 4) Wieviele freie Parameter treten beim Lösen eines linearen Gleichungssystems mit 3 Gleichungen und 5 Unbekannten mindestens auf? Wieviele höchstens?
- 5) Wieviele freie Parameter treten beim Lösen eines linearen Gleichungssystems mit 5 Gleichungen und 3 Unbekannten mindestens auf? Wieviele höchstens?

- 6) Man löse das „unbestimmte“ lineare Gleichungssystem mit der erweiterten Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & b & p \\ c & d & q \end{array} \right)$$

unter der zusätzlichen Annahme, daß alle unterwegs benötigten unbekanntenen Ausdrücke (welche sind das?) $\neq 0$ sind.

Welche Rolle spielt dabei die Zahl $ad - bc$? (Sie wird uns später als „Determinante“ der Koeffizientenmatrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ wieder begegnen.)