Mathematisches Institut der Universität München
Wintersemester 2014/15

Daniel Rost
Lukas-Fabian Moser

Lineare Algebra und analytische Geometrie I
7. Übungsblatt

Aufgabe Ü-1. Man untersuche, bei welchen der folgenden Teilmengen es sich um Untervektorräume von $\mathbb{R}^3$ handelt:

a) $U_1 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = 2x_2 - 3x_3\}$

b) $U_2 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = x_2 \cdot x_3 \text{ und } x_2 = 3\}$

c) $U_3 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_2 \cdot x_3 \leq 0\}$

d) $U_4 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = x_2 \cdot x_3 \text{ und } x_2 = 0\}$

Aufgabe Ü-2. Im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^4$ seien die beiden Teilmengen

$$U = \left\{x \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 - x_4 = 0 \text{ und } x_2 - x_3 - x_4 = 0\right\}$$

und

$$W = \left\{x \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \text{ und } x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 0\right\}$$

gegeben.

a) Man begründe, warum U und W Untervektorräume von $\mathbb{R}^4$ sind, und gebe die in U bzw. W enthaltenen Vektoren (mit Hilfe von Parameterdarstellungen) explizit an.

b) Man bestimme einen Vektor $v \in \mathbb{R}^4$ mit $U \cap W = \mathbb{R} \cdot v$.

Aufgabe Ü-3. Im $\mathbb{R}$-Vektorraum $V = \mathbb{R}^{n\times n}$ aller reellen $n \times n$-Matrizen seien die Teilmengen

$$U = \left\{B \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid B^{\mathsf{T}} = B\right\} \quad \text{und} \quad W = \left\{B \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid B^{\mathsf{T}} = -B\right\}$$

gegeben.

a) Man zeige, daß U und W Untervektorräume von V sind.

b) Man zeige, daß für jede Matrix $A \in V$ zum einen $A + A^{\mathsf{T}} \in U$ und zum anderen $A - A^{\mathsf{T}} \in W$ gilt.

c) Man bestimme $U \cap W$ und $U + W$.

Aufgabe Ü-4. Für jedes $n \geq 1$ untersuche man, ob

$$U = \left\{A \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid \det(A) = 0\right\}$$

ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^{n\times n}$ ist.

Die Lösungen sind spätestens am **Freitag, 12. Dezember 2014, 18 Uhr** im Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte die Angabe des eigenen Namens nicht vergessen!