

## Grundlagen der Mathematik I – 3. Zentralübungsblatt

Man kreuze richtig an:

1) Welche der folgenden Objekte sind Körper?

- a)  $(\mathbb{N}, +, \cdot)$     b)  $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$     c)  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$     d)  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$     e)  $(\mathbb{R}, \cdot, +)$

2) Welche der folgenden Aussagen gilt stets für alle Elemente  $a, b, c$  eines Körpers  $K$  (genauer: eines Körpers  $(K, +, \cdot)$ )?

- a)  $(a + b) + c = b + (a + c)$     b)  $a \cdot 0 = a$     c)  $a \cdot 1 = a$   
d)  $a \cdot 0 = 0$     e)  $a + 1 > a$

3) Welche der folgenden Summen sind identisch zur Summe  $\sum_{k=1}^n x_k$ ?

- a)  $x_1 + x_2 + \cdots + x_k$     c)  $\sum_{k=0}^{n-1} x_k$     e)  $\sum_{k=1}^n x_{n-k}$   
b)  $x_1 + x_2 + \cdots + x_n$     d)  $\sum_{k=0}^{n-1} x_{k+1}$     f)  $\sum_{k=1}^n x_{n+1-k}$

4) Welche der folgenden Aussagen gelten für alle Elemente  $a, b$  eines Körpers  $K$ ?

- a)  $(ab = 0) \implies (a = 0 \wedge b = 0)$     b)  $(ab = 0) \implies (a = 0 \vee b = 0)$   
c)  $(a = 0 \vee b = 0) \implies (ab = 0)$     d)  $(ab \neq 0) \implies (a \neq 0 \wedge b \neq 0)$

5) Welche der folgenden Gleichungen lassen sich in einem Körper  $K$  stets lösen (wobei  $a, b, c \in K$  sind)?

- a)  $a + x = b$     c)  $a \cdot x = b$     e)  $ax^2 + bx = c$   
b)  $a + x = b$  mit  $a \neq 0$     d)  $a \cdot x = b$  mit  $a \neq 0$     f)  $ax^2 + bx = c$  mit  $a \neq 0$

**Aufgabe:** Es sei  $K$  (genauer  $(K, +, \cdot)$ ) ein Körper. Man bestimme alle Lösungen der Gleichung  $x^2 = 1$  in  $K$ .